

پاسخنامه تشریحی

۱

الف اختلاف پتانسیل

ب معکوس مقاومت الکتریکی ($\frac{1}{R}$)

پ $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{C}$

ت اهم سنج

ث دما

۲ وقتی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان باشد، هرچه مقاومت کمتر باشد، جریان بیشتری از رسانا می‌گذرد؛ پس باید به دنبال کوچک‌ترین مقاومت بگردیم. برای این کار به کمک رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت این سه سیم را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{\rho_1 L_1}{A_1} = \frac{\rho \frac{L}{2}}{\frac{A}{2}} = \frac{\rho L}{A} \\ R_2 &= \frac{\rho_2 L_2}{A_2} = \frac{\rho_2 \times (1/5 L)}{\frac{A}{2}} = \frac{2\rho_2 L}{5A} \\ R_3 &= \frac{\rho_3 L_3}{A_3} = \frac{\rho L}{A} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_2 > R_1 = R_3$$

با توجه به رابطه $I = \frac{V}{R}$ داریم:

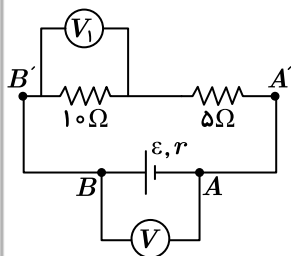
$$R_2 > R_1 = R_3 \Rightarrow I_2 < I_1 = I_3$$

۳ شیب نمودار $V - I$ طبق رابطه $V = RI$ ، مقاومت سیم را نشان می‌دهد. چون شیب در حالت (۱) بیشتر است، مقاومت رسانا در دمای θ_1 بیشتر است. با توجه به این، هر چه دما بالاتر باشد، مقاومت بیشتر است. بنابراین θ_1 باید بیشتر از θ_2 باشد:

شیب نمودار (۲) $>$ شیب نمودار (۱): در نمودار V برحسب I

$$\rightarrow R_1 > R_2 \Rightarrow \theta_1 > \theta_2$$

۴ با توجه به شکل روبه‌رو می‌بینید که ولت‌متر V ، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه مقاومت‌ها را نشان می‌دهد؛ چون، مطابق شکل، از نقطه A تا نقطه A' و از نقطه B تا نقطه B' هیچ مقاومت یا مولدی نیست و در بین این نقاط فقط سیم وجود دارد که اختلاف پتانسیلی ایجاد نمی‌کند:



$$\frac{V_1}{V} = \frac{R_1}{R_{eq}} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{10\Omega}{10\Omega + 5\Omega} = \frac{10\Omega}{15\Omega} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{V_1}{V} = \frac{2}{3} \Rightarrow V = \frac{3}{2} V_1 = 30V$$

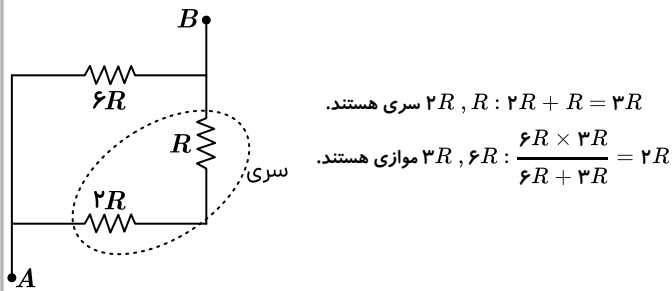
۵ ابتدا مقاومت لامپ‌ها را حساب می‌کنیم:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(220)^2}{100} = 484\Omega$$

وقتی دو لامپ مشابه را متوالی به هم وصل می‌کنیم، اختلاف پتانسیلی که دو سر هر کدام نشان می‌دهد، برابر است با نصف اختلاف پتانسیل کل؛ بنابراین اختلاف پتانسیل در دو سر هر کدام از لامپ‌ها، ۱۱۰ ولت است.

$$P_2 = \frac{V^2}{R} = \frac{(110)^2}{484} = 25W$$

۶ مدار داده‌شده در شکل را به صورت زیر در چند مرحله ساده می‌کنیم:



بنابراین $R_T = 2R = 6\Omega$ خواهد بود.

۷ با وصل کلید، به دلیل موازی شدن مقاومت R با لامپ L_1 ، مقاومت معادل کاهش یافته، پس جریان کل مدار زیاد می‌شود. از این رو اختلاف پتانسیل دو سر لامپ L_1 کم می‌شود.

$$R_{eq} \downarrow \Rightarrow I \uparrow = \frac{\varepsilon}{R_{eq} \downarrow + r} \Rightarrow \text{نور لامپ } L_1 \text{ افزایش می‌یابد}$$

در ادامه داریم:

$$\downarrow V_{L_2} = R_{L_2} I_{L_2} \downarrow$$

یعنی جریان عبوری از لامپ L_2 و بر همین اساس نور لامپ L_2 کم می‌شود.

۸

الف) بار الکتریکی

ب) خلاف جهت

۹

$$\rho_2 = \rho_1 (1 + \alpha \Delta T) = 6.8 \times 10^{-5} (1 + 2 \times 10^{-3} \times 100) = 8.2 \times 10^{-5} \Omega \cdot m$$

۱۰

$$R_{12} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\Omega \Rightarrow R_{eq} = 4 + 8 = 12\Omega$$

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{36}{12} = 3A \xrightarrow{I_1 = \text{جریان مقاومت ۶ اهمی}} I_2 + 2I_2 = 3A \Rightarrow I_2 = 1A, \quad I_1 = 2A$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{12}{6} = 2$$

۱۱

گام اول: ابتدا مقاومت این قطعه سیم را با استفاده از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} = 10^{-6} \Omega \cdot m \times \frac{2m}{0.2 \times 10^{-6} m^2} = 10\Omega$$

گام دوم: حالا توان مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{(\Delta V)^2}{R} = \frac{(200V)^2}{10\Omega} = 4000W = 4kW$$

گام سوم: توجه کنید که چون توان را برحسب کیلووات داریم، اگر زمان را برحسب ساعت به دست آوریم، به راحتی می‌توانیم انرژی مصرفی را برحسب کیلووات ساعت حساب کنیم:

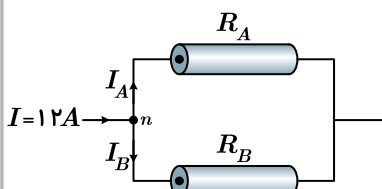
$$\Delta t = 20min = \frac{1}{3}h$$

بنابراین انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت برابر است با:

$$U = P\Delta t = 4kW \times \frac{1}{3}h = \frac{4}{3}kWh$$

۱۲

ابتدا شکل سوال را رسم می‌کنیم تا بفهمیم با چه مسئله‌ای سر و کار داریم:



جریان I وقتی به گره n می‌رسد، به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آنها تقسیم می‌شود:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B \frac{l_B}{A_B}}{\rho_A \frac{l_A}{A_A}} \xrightarrow{l_A=l_B, A_A=A_B} \frac{I_A}{I_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{4 \times 10^{-8} \Omega \cdot m}{2 \times 10^{-8} \Omega \cdot m} = 2$$

۱۳ همان طور که می دانید، اگر دو یا چند مقاومت به طور موازی با هم بسته شوند، جریان عبوری از کوچک ترین مقاومت بیشترین مقدار است. پس داریم:

$$R_1 < R_2 \Rightarrow I_1 > I_2$$

در مورد ولت سنج ها هم باید بگوییم که هر سه ولت سنج، یک مقدار نشان می دهند. ولت سنج ۱ و ۲ اختلاف پتانسیل دو سر دو مقاومت موازی را نشان می دهند که می دانیم با هم برابر است. ولت سنج ۳ هم اختلاف پتانسیل دو سر مدار را نشان می دهد که در این سوال همان اختلاف پتانسیل دو سر R_1 و R_2 است.

۱۴ گام اول: شکل سوال را به دقت ببینید. اگر کلید A را ببندیم، مقاومت R_A و اگر کلید B را ببندیم، مقاومت R_B و اگر هر دو کلید را ببندیم، هر دو مقاومت به ولتاژ $220V$ وصل می شوند؛ پس، وقتی هر دو کلید بسته است، توان مصرفی لامپ، بیشینه خواهد شد:

$$P_{max} = P_A + P_B = 50W \quad (1)$$

گام دوم: طبق رابطه $P_n = \frac{V_n^2}{R}$ ، P_n و R با هم رابطه عکس دارند؛ پس، کمترین توان متعلق به بزرگ ترین مقاومت (یعنی R_A) است:

$$P_{min} = P_A = 10W \quad (2)$$

از رابطه های (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$P_B = P_{max} - P_A = 50 - 10 = 40W$$

گام سوم: باید نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را حساب کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{40}{10} = 4$$

۱۵ نکته: بیشینه توان مفید مولد (توان خروجی) در حالتی است که $R = r$ باشد. در این صورت به ازای جریان $I = \frac{\epsilon}{2r}$ بیشترین توان خروجی برابر $P_{max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$ خواهد شد.

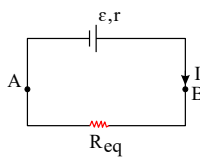
$$P = \epsilon I - rI^2 \xrightarrow{I = \frac{\epsilon}{2r}} P_{max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$$

$$P_{max} = \frac{\epsilon^2}{4r} \Rightarrow 36 = \frac{24^2}{4r} \Rightarrow r = 4\Omega$$

حال اگر مقاومت $R = 8\Omega$ را به دو سر مولد ببندیم داریم:

$$V = IR \Rightarrow V = \frac{\epsilon R}{R + r} = \frac{24 \times 8}{8 + 4} = 16V$$

۱۶



$$I = \frac{\epsilon}{r + R_{eq}} \rightarrow \epsilon = I(r + R_{eq})$$

$$\frac{P_{خروجی}}{P_{تولیدی}} = \frac{\epsilon I - rI^2}{\epsilon I} = \frac{\epsilon - rI}{\epsilon} = \frac{V_{AB}}{\epsilon} = \frac{R_{eq}I}{I(r + R_{eq})}$$

$$= \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}} = \frac{6}{4 + 6} = \frac{6}{10} = 60\%$$

۱۷ برای توان مولد داریم:

$$P = \epsilon I - rI^2 = \epsilon \left(\frac{\epsilon}{R + r} \right) - r \left(\frac{\epsilon}{R + r} \right)^2 = \frac{R\epsilon^2}{(R + r)^2}$$

$$R = 0.5 \Rightarrow P = 32 \Rightarrow 32 = \frac{0.5 \times \epsilon^2}{(0.5 + r)^2} \quad (I)$$

$$R = 3 \Rightarrow P = 27 \Rightarrow 27 = \frac{3 \times \epsilon^2}{(3 + r)^2} \quad (II)$$

$$\frac{32}{27} = \frac{0.5 \times (3 + r)^2}{3 \times (0.5 + r)^2} \Rightarrow \frac{64}{9} = \frac{(3 + r)^2}{(0.5 + r)^2} \Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{3 + r}{0.5 + r} \Rightarrow 4 + 8r = 9 + 3r \Rightarrow 5r = 5 \Rightarrow r = 1\Omega$$

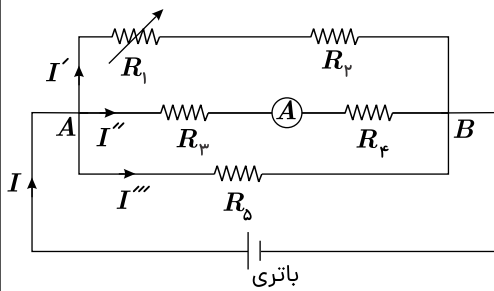
$$II) \frac{27}{32} = \frac{3 \times \epsilon^2}{(3 + 1)^2} \Rightarrow \epsilon^2 = 9 \times 16 \Rightarrow \epsilon = 3 \times 4 = 12V$$

می دانیم هنگامی که $R = r$ شود، توان خروجی مولد بیشینه می شود. بنابراین داریم:

$$P = \frac{R\epsilon^2}{(R + r)^2} \xrightarrow{R=r} P_{max} = \frac{r\epsilon^2}{(r + r)^2} = \frac{r\epsilon^2}{(2r)^2} \Rightarrow P_{max} = \frac{\epsilon^2}{4r} = \frac{12^2}{4 \times 1} = 36W$$

۱۸

گام ۱: مدار را به این شکل در نظر می گیریم:



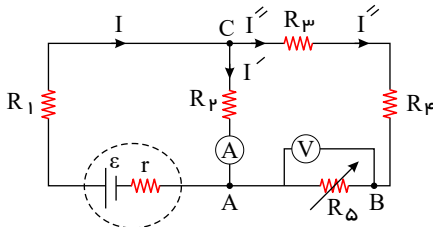
گام ۲: از این که عدد آمپرسنج (با توجه به ثابت ماندن اعداد R_p و R_f) تغییر نکرده می توان فهمید که مقاومت درونی باتری صفر بوده است:

$$V_{AB} = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - \underbrace{r I}_{\text{کاهش}} = \text{ثابت} \Rightarrow r = 0 \Rightarrow V_{AB} = \varepsilon \rightarrow I'' = \frac{V_{AB}}{R_{p,f}} = \text{ثابت} \Rightarrow I''' = \frac{V_{AB}}{R_d} = \text{ثابت}$$

$$R_1 \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \Rightarrow I \downarrow \Rightarrow I = I' + \underbrace{I'' + I'''}_{\text{ثابت}} \Rightarrow I = I' + \text{عدد ثابت} \Rightarrow I' \downarrow \Rightarrow V_{R_p} = \underbrace{R_p I'}_{\text{ثابت}} \downarrow \Rightarrow V_{R_p} \downarrow$$

$$\text{گام ۳} \rightarrow V_{AB} = V_{R_1} + V_{R_p} \Rightarrow V_{R_1} \uparrow$$

۱۹ گام اول: با افزایش مقاومت R_d ، مقاومت کل مدار افزایش می یابد.



$$\uparrow R_d \rightarrow R_{eq} \uparrow$$

گام دوم: با افزایش مقاومت کل مدار، جریان کل مدار کاهش می یابد.

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq} \uparrow} \rightarrow I \downarrow$$

گام سوم: برای تعیین تکلیف V_{AC} در حلقه چپ از A به طرف C حرکت می کنیم:

$$\rightarrow V_A + \varepsilon - rI - R_1 I = V_C \rightarrow V_C - V_A = V_{CA} = \varepsilon - (r + R_1)I \downarrow \rightarrow V_{AC} \uparrow$$

گام چهارم:

$$\uparrow V_{AC} = V_{R_p} \uparrow = \underbrace{R_p I'}_{\text{ثابت}} \rightarrow (I') \uparrow$$

گام پنجم:

$$I = I' + I'' \xrightarrow{I' \uparrow} I'' \downarrow$$

گام ششم:

$$R_p : V_{CB} = (R_p + R_f)I'' \downarrow \rightarrow V_{CB} \downarrow$$

گام هفتم:

$$\downarrow V_{CB} + V_{BA} = V_{CA} \uparrow \rightarrow (V_{BA}) \uparrow$$

۲۰ میله نیم رسانا است، چون در نیم رساناها با افزایش دما، به دلیل افزایش حامل های بار، مقاومت الکتریکی کاهش می یابد؛ بنابراین جریان در مدار افزایش می یابد.